

Problème 1.1 :

On se propose de calculer numériquement l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \cdot dx$$

- a) La calculer avec la méthode des rectangles.
- b) La calculer avec la méthode des trapèzes.
- c) Observer la convergence de chacune des méthodes sachant que la valeur attendue est $\pi/2$.

Problème 1.2 :

Une concentration de polluant anormalement élevée est observée dans une ville. Un modèle de diffusion du polluant suggère que la distribution spatiale de la concentration a l'allure à chaque instant d'une paraboïde centrée sur la source d'émission.

Un relevé de concentration réalisé à un instant donné par différents capteurs répartis dans la ville vous est fourni [1]. Déduire la localisation de la source de polluant.

[1] <http://195.221.158.33/~hello/ENS/MethNum/TP/TP1/EXO2/>

Problème 2.1 :

Un parachutiste commence sa descente sans vitesse initiale dans de l'air au repos. Les seuls efforts s'exerçant sur lui sont son poids propre (masse de 100 kg et accélération de la pesanteur de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) et le frottement du fluide. Celui-ci est représenté au moyen du modèle de Newton où la force de frottement est proportionnelle à la vitesse relative au carré et à un paramètre k .

On constate expérimentalement que la parachutiste atteint une vitesse limite de 200 km/h. Préciser alors la valeur de k (3 chiffres) ?

Problème 2.2 :

On souhaite résoudre le problème de thermique stationnaire suivant :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = q, \quad \forall x \in [0, L]$$

Avec comme conditions-limites :

$$T(x = 0) = T_0, \quad T(x = L) = T_L$$

Tracer le profil de la solution obtenu à l'issue d'une résolution numérique par la méthode des différences finies. Donner une valeur précise à trois chiffres de la température en $x=L/2$.

(Valeurs numériques adimensionnées : $L = 10, q = -2, T_0 = 10, T_L = 15$)