

CS93 - Calcul Haute Performance

TP1 - Résolution itérative de systèmes linéaires préconditionnés

Consignes :

- tout document (cours, internet...) autorisé,
- travail individuel,
- 1/4 de la note est lié à la progression observée durant la séance,
- 3/4 de la note porte sur le compte-rendu qui sera transmis sous format .pdf au plus tard à la prochaine séance (08/11/13),
- le compte-rendu détaillera de manière concise et pertinente la démarche de modélisation et proposera des commentaires critiques sur les résultats,
- tous les fichiers utiles (cours, scripts) sont disponibles : <http://lmee.univ-evry.fr/~hello/ENS/CS93/>
- pour toute question ou remarque : gaetan.hello@ufrst.univ-evry.fr

1/ Préconditionnement

L'objet de ce premier problème consiste à évaluer quantitativement l'effet du préconditionnement sur le conditionnement d'un système linéaire. A cette fin, on considérera successivement les 3 matrices symétriques et définies positives *bcsstk02*, *bcsstk07* et *bcsstk34*. Il s'agit ici de compléter le script matlab *PCmain.m*.

1.1 Programmer le préconditionneur de Jacobi P_J et donner $\kappa(P_J^{-1} \cdot A)$ pour les 3 matrices.

1.2 Programmer le préconditionneur de Gauss-Seidel P_{GS} et donner $\kappa(P_{GS}^{-1} \cdot A)$ pour les 3 matrices.

1.3 Programmer le préconditionneur SSOR P_{SSOR} avec $\omega = 0.5$ et donner $\kappa(P_{SSOR}^{-1} \cdot A)$ pour les 3 matrices.

1.4 Programmer le préconditionneur SSOR P_{SSOR} avec $\omega = 1.5$ et donner $\kappa(P_{SSOR}^{-1} \cdot A)$ pour les 3 matrices.

1.5 Rassembler les résultats obtenus dans un tableau et commenter les au regard de la structure des différentes matrices (pour afficher graphiquement la structure de la matrice A , vous pourrez utiliser la commande matlab *spy(A)*).

2/ Algorithme de la plus forte pente préconditionné

On se propose ici d'observer l'influence du préconditionnement sur le comportement itératif de la méthode de plus forte pente. On considérera que l'algorithme a convergé lorsque $\|b - A \cdot x\|_2 < 10^{-10}$.

2.1 Compléter le script *SD.m* en utilisant une boucle *while*.

2.2 Tracer sur un même graphique l'évolution du résidu pour les différents préconditionnements : I (pas de préconditionnement), P_J , P_{GS} , $P_{SSOR_{0.5}}$ et $P_{SSOR_{1.5}}$. Traiter les 3 différentes matrices.

2.3 Dans un tableau synthétique, donner pour chaque matrice le nombre d'itérations de convergence observées pour les 5 préconditionneurs employés.

3/ Algorithme du gradient conjugué préconditionné

On se propose ici d'observer l'influence du préconditionnement sur le comportement itératif de la méthode du gradient conjugué. On considérera que l'algorithme a convergé lorsque $\|b - A \cdot x\|_2 < 10^{-10}$.

3.1 Compléter le script de la fonction du gradient conjugué préconditionné *PCG1.m*.

3.2 Tracer sur un même graphique l'évolution du résidu pour les différents préconditionnements : *I* (pas de préconditionnement), *P_J*, *P_{GS}*, *P_{SSOR_{0.5}}* et *P_{SSOR_{1.5}}*. Traiter les 3 différentes matrices.

3.3 Dans un tableau synthétique, donner pour chaque matrice le nombre d'itérations de convergence observées pour les 5 préconditionneurs employés.